



ISSN: 2447-3359

REVISTA DE GEOCIÊNCIAS DO NORDESTE

Northeast Geosciences Journal

v. 11, nº 1 (2025)

<https://doi.org/10.21680/2447-3359.2025v11n1ID32377>



Análise numérica bidimensional e tridimensional de estabilidade de talude de grande altura em mina a céu aberto

Two-dimensional and three-dimensional numerical analysis of high slope stability in open pit mine

Alessandro Fidelis dos Santos¹, Thiago Bomjardim Porto², Thiago Cruz Bretas³

- ¹ Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Araxá/MG, Brasil. Email: mine.tpo@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3661-0635>
- ² Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Araxá/MG, Brasil. Email: thiago.porto@cefetmg.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3355-0477>
- ³ Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Araxá/MG, Brasil. Email: tbretas@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2970-3477>

Resumo: As análises de estabilidade de talude mais comumente utilizadas na prática da engenharia geotécnica são em duas dimensões. Porém, a avaliação em três dimensões tende a ser mais rigorosa, e mais justificável para representar a condição real de geometria da massa do terreno instável. Assim os avanços na teoria da análise de estabilidade tridimensional, o aumento do poder de processamento dos computadores pessoais e o desenvolvimento de pacotes de software mais robustos, tem permitido que os engenheiros, projetistas e pesquisadores apresentassem estas análises de maneira mais assertiva e pragmática. Desta forma, o artigo desenvolve a análise de estabilidade de talude bidimensional e tridimensional de uma cava de uma mina a céu aberto situada dentro do Complexo Mineral de Patrocínio-MG, com altura na ordem de 375m, com bancos de 10m, avaliando a consistência da base de dados disponível e, na sequência, os resultados obtidos. A geologia da região é caracterizada por depósito econômico alcalino de fosfato que ocorre na área central localizada integralmente dentro do domo Salitre I. Para setorização do trecho crítico do talude da cava desta pesquisa, utilizou-se a ferramenta de busca automática do Software Slide3 da empresa Rocscience®.

Palavras-chave: Análises de estabilidade 2D e 3D; Equilíbrio-limite; Busca automática; Trecho crítico; Mina a céu aberto.

Abstract: The slope stability analyzes most used in geotechnical engineering practice are in two dimensions. However, the evaluation in three dimensions tends to be more rigorous, and more justifiable to represent the real condition of the geometry of the unstable terrain mass. Thus, advances in the theory of three-dimensional stability analysis, the increase in the processing power of personal computers and the development of more robust software packages, have allowed engineers, designers, and researchers to present these analyzes in a more assertive and pragmatic way. In this way, the article develops the analysis of the two-dimensional and three-dimensional slope stability of a pit of an open-pit mine located within the Mineral Complex of Patrocínio-MG, with height in the order of 375m, with banks of 10m, evaluating the consistency of the database available and, in sequence, the results obtained. The geology of the region is characterized by an economic alkaline deposit of phosphate that occurs in the central area located entirely within the Salitre I dome. To sectorize the critical section of the slope of the pit of this research, the automatic search tool of the Slide3 Software from the company Rocscience® was used.

Keywords: 2D and 3D stability analysis; Limit equilibrium; Automatic search; Critical section; Open pit mine.

1. Introdução

Com a finalidade de potencializar a extração dos recursos minerais, os taludes das minas a céu aberto têm atingido grandes alturas e inclinações. Porém, destaca-se que quanto maior a inclinação dos taludes, mais instáveis estes se tornam e consequentemente maiores são os riscos associados (Oliveira, 2020). Assim, há uma crescente necessidade de metodologias que garantam que essas escavações sejam seguras e econômicas simultaneamente (Capelli, 2018).

Dentre os principais métodos de validação geotécnica da cava operacional e cava final de mineração, está a avaliação da estabilidade de taludes, destacando-se os os métodos de equilíbrio limite e métodos de análise numérica tensão-deformação. Nas últimas décadas, os métodos determinísticos têm sido utilizados para realizar previsões da segurança de taludes, tanto em modelos bidimensionais, quanto tridimensionais (Costa, 2005).

Métodos 2D são as formas tradicionais em análises de estabilidade de taludes devido a sua simplicidade, no entanto, tais métodos são baseados em diferentes simplificações, usualmente em diminuição do número de incógnitas, para poder reduzir o problema real tridimensional em um modelo bidimensional, tornando a precisão reduzida, (Antocheviz, 2018). Anagnosti (1969) mostra que o número de premissas necessárias para satisfazer todas as equações de equilíbrio em 3D é quatro vezes maior que em uma análise 2D e que, a comparação com algumas análises, assumindo fatias em 2D, revela que o fator de segurança pode aumentar em até 50% utilizando métodos 3D. Um dos desafios numa análise de estabilidade de taludes é utilizar os resultados de análises tridimensionais em tomadas de decisões. Atualmente os tomadores de decisões em muitas das vezes optam por utilizar os resultados das análises 2D em detrimento da análise 3D pois usualmente as análises bidimensionais são conservadoras (Bretas, 2020).

Para determinação do Fator de Segurança (FS) de um talude de cava, torna-se necessário o estabelecimento de premissas para que o problema físico-matemático tenha solução determinística. Os modelos teóricos mais recentes possibilitam a solução a partir de cálculo iterativo. Quanto maior o número de incógnitas do problema, maior será a exigência computacional para solução do problema geotécnico, tanto para os métodos de análise tridimensional, bem como os métodos 2D. Para otimizar o problema, é comum a diminuição do número de incógnitas, ou, alternativamente aumenta-se o número de equações (Albataineh, 2006). Zhou e Cheng (2006) propuseram um método rigoroso onde satisfaz todas as condições de equilíbrio (forças e momentos) e, pode realizar uma busca automática da superfície de ruptura crítica e determinar o fator de segurança para taludes tridimensionais ou deslizamentos de terra com uma superfície de deslizamento conhecida e de forma arbitrária.

A disponibilidade de programas computacionais para análise de estabilidade tridimensional por equilíbrio limite, bem como disponibilidade de computadores com capacidade de processamento crescente, são elementos importantes para estimular o uso de modelagens 3D em comparação com as análises de estabilidade 2D, haja visto o ganho de economicidade no empreendimento, em termos de relação custo-benefício. O uso de métodos numéricos constitui uma ferramenta poderosa na elaboração de projetos geométricos de cavas a céu aberto, permitindo a criação de modelos rigorosos, não possíveis com os métodos tradicionais de equilíbrio limite (Antocheviz, 2018).

Os softwares para análise de estabilidade tridimensional por equilíbrio limite tornaram-se populares entre os geotécnicos a partir dos anos 2000, pois sua utilização era restrita a grandes centros de pesquisa (academia). Dito isto, este trabalho se justifica pelo fato de analisar um problema real que é a setorização do trecho crítico do talude final da cava desta pesquisa, através da análise 3D e avaliação da consistência dos resultados obtidos de maneira mais rigorosa constituindo-se uma contribuição importante para tomada de decisão da mineradora.

Desta forma estudos geotécnicos aplicados a análise de estabilidade considerando taludes de cava são de extrema importância e essenciais para a mineração, pois buscam garantir a segurança nas operações, avanço sustentável e predição dos empreendimentos. Para cavas de mineração, geralmente rupturas globais em taludes são imensamente custosas para o empreendedor (Bretas, 2020).

2. Métodos de equilíbrio limite 2D e 3D

Os métodos atualmente usados na análise de estabilidade de taludes fundamentam-se na hipótese de que os maciços geotécnicos se encontram em equilíbrio e se comportam como um corpo rígido-plástico na iminência de deslizamento bastando, desta forma, analisar as equações para a situação limite, sendo assim, chamados métodos de equilíbrio limite (Silva, 2011).

Aguilera (2009) menciona que a maioria dos métodos de análise de equilíbrio limite tem em comum a comparação das forças ou momentos resistentes com os atuantes sobre uma determinada superfície de deslizamento. Todos os métodos supõem que no caso da falha, as forças/momentos atuantes e resistentes são iguais ao longo de uma superfície de falha e equivalentes a um fator de segurança (FS) de 1,0 (uma unidade). Segundo Cheng e Lau (2008), o fator de segurança (FS) pode ser definido como a razão entre os esforços resistentes (E_R) e os esforços solicitantes (E_S) ao longo da superfície de ruptura, ou, a razão entre a tensão de cisalhamento resistente (τ_f) e a tensão de cisalhamento mobilizada τ_{mob} na superfície crítica, conforme (Equação 1).

$$FS = \frac{E_R}{E_S} = \frac{\tau_f}{\tau_{mob}} \quad (1)$$

A resistência ao cisalhamento disponível do solo (τ_f) para garantir o equilíbrio do corpo deslizante é definido conforme a

(Equação 2).

$$\tau_f = c' + (\sigma_n - u) \tan \varphi \quad (2)$$

Em que:

c' é a coesão em termos de tensões efetivas,

φ é o ângulo de atrito interno do material em termos de tensões efetivas,

σ_n é a tensão normal total,

u é a poropressão.

Nos métodos de equilíbrio limite 2D, a superfície de ruptura é discretizada em uma série de fatias. A Figura 1A apresenta a divisão de uma massa de solo em fatias, e a Figura 1B apresenta uma fatia i genérica, com as forças que atuam nela, sendo W_i o peso da fatia; N'_i a resultante das tensões efetivas normais à base da fatia; U_i a resultante das poropressões na base da fatia; T_i a resultante das tensões tangenciais mobilizadas na base da fatia; E_i e X_i as componentes normal e tangencial, respectivamente, das forças de interação entre as fatias na face esquerda; E_{i+1} e X_{i+1} as componente das forças de interação entre as fatias na face direita e S_c carregamentos.

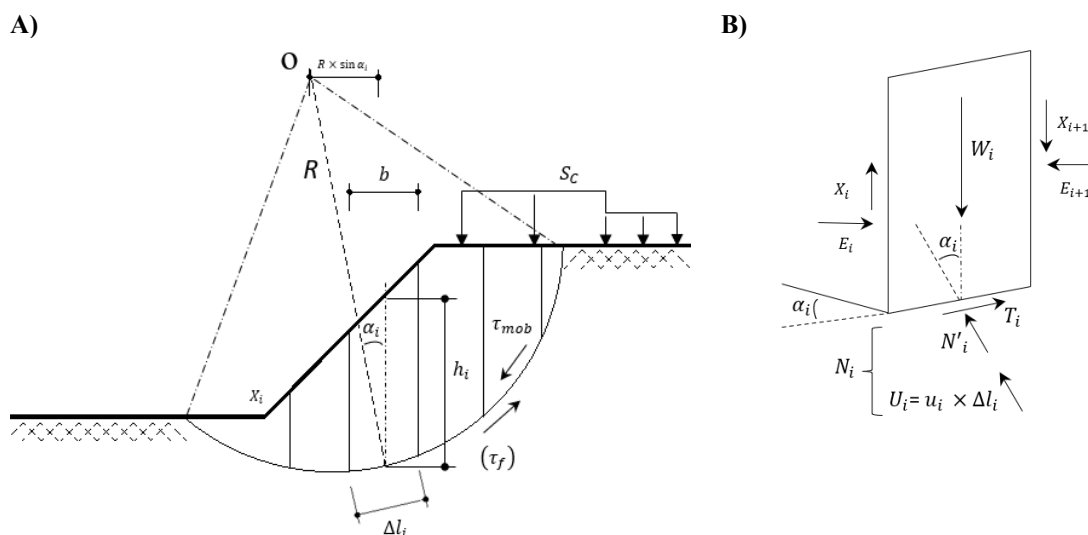


Figura 1 – (A) Massa de solo potencialmente instável dividida em fatias. (B) Representação da i -ésima fatia e as forças atuantes nela.

Fonte: Autores (2023).

De acordo com o método de fatias, a massa de solo acima da superfície de ruptura assumida é dividida em fatias verticais, cuja quantidade depende da geometria do talude e da estratigrafia do maciço geotécnico. As superfícies de ruptura avaliadas podem ser tanto circulares quanto forma arbitrária (não circulares).

Desse modo, para o método de Fellenius (1936) tanto as forças normais quanto as forças cisalhantes, nas laterais das fatias, são desprezadas e, o fator de segurança (FS) é expresso em termos de momento e é definido pela Equação 3.

$$FS = \frac{\sum c' \cdot \left(\frac{b}{\cos \alpha}\right) + (W \cdot \cos \alpha - u \cdot \left(\frac{b}{\cos \alpha}\right) \cdot \tan \varphi}{\sum W \cdot \sin \alpha} \quad (3)$$

Esse procedimento é repetido para diversas posições da superfície de ruptura. O fator de segurança crítico corresponde ao de menor valor encontrado para FS.

Muitos dos métodos 3D existentes são extensões diretas de métodos 2D de estabilidade da de taludes. Gens et al (1988) desenvolveram o método Swedish Circle para estabelecer um novo método 3D. O método de (Hovland, 1977) juntamente com o método de (Ugai, 1988) e (Zheng, 2009) foram desenvolvidos como extensões do método comum de fatias. O método simplificado de (Bishop, 1955) serviu de base para os métodos 3D de (Hung, 1987), (Ugai, 1988), (Hung et al. 1989) e (Cheng e Yip, 2007). Ugai, (1988), (Hung et al., 1989), (Yamagami e Jiang, 1997), (Cheng e Yip, 2007) propuseram diferentes métodos 3D, desenvolvendo o método de (Junbu, 1973). A extensão do método de (Spencer, 1967) forneceu vários métodos 3D de (Chen, 1981), (Chen e Chameau, 1982), (Ugai, 1988), (Cheng et al. 2003) e (Jiang e Yamagami, 2004). O método de equilíbrio limite 3D de (Cheng e Yip, 2007) foi estabelecido como uma extensão do método de (Morgenstern e Price, 1965). Os métodos 3D de (Lam e Fredlund, 1993) e (Huang et al. 2002) são uma extensão do método generalizado de fatias. Por extensão do método 2D

de arco circular, (Baligh e Azzouz, 1975), (Azzouz e Baligh, 1978) e (Cavounidis e Kalogeropoulos, 1992) apresentaram extensões 3D.

Para realizar a conversão dos métodos de fatias para taludes tridimensionais, as fatias foram transformadas em colunas, adicionando-se uma terceira dimensão (Kalatehjarí e Ali, 2013). Assim análises de estabilidade de taludes por equilíbrio limite tridimensional é simples no conceito, e diretamente análoga para métodos bidimensionais (Rocscience, 2022), a saber:

- Em 2D, uma massa deslizante é discretizada em fatias verticais;
- Em 3D, a massa avaliada é discretizada em colunas, com seção transversal quadrada, enquanto numa modelagem usual bidimensional a massa é particionada em fatias.

Modelos iniciais propostos para análise de estabilidade por equilíbrio limite em 3D estavam sujeitos a várias restrições, como:

- Assumir uma direção do escorregamento;
- Assumir um plano de simetria;
- Equilibrar forças transversais e/ou momentos não satisfeitos;
- Requerer sistema de coordenadas locais;
- Requerer métodos de buscas de cunhas simplificados (como esféricas e planares).

Huang et al. (2002), propôs melhorias consideráveis nas análises de estabilidade em três dimensões, assim apresentado na Figura 2A e Figura 2B mais tarde estendidas por (Cheng e Yip, 2007) e utilizada pelo Slide3 *Limit Equilibrium Analysis for Slopes* (Rocscience®) como:

- Equilíbrio de forças e momentos em duas direções ortogonais;
- Solucionador eficiente para equações de equilíbrio 3D;
- Qualquer critério de falha pode ser usado (não limitado a Mohr-Coulomb);
- Métodos de pesquisa rápidos para superfícies de deslizamento 3D gerais;
- Recursos de modelagem geométrica e interpretação de dados.

O peso da massa de solo e os carregamentos verticais são considerados como atuando no centro de cada coluna como simplificação (Cheng e Lau, 2008).

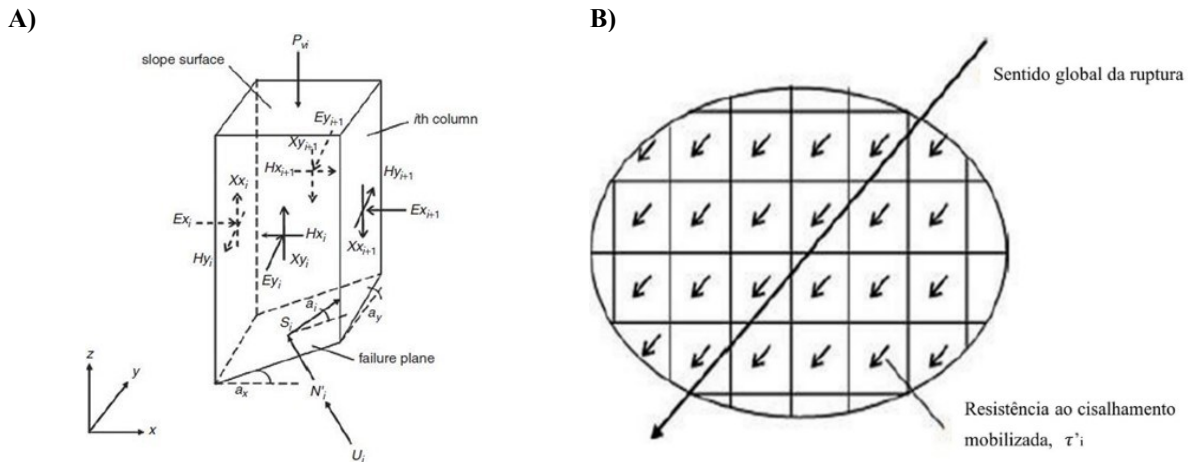


Figura 2 – (A) Forças externas e internas atuando numa coluna típica. (B) Direção do escorregamento única para todas as colunas – Vista em planta.

Fonte: Chen e Lau (2008).

Onde:

a_i é a inclinação da base da coluna projetada para o plano x-y;

a_x, a_y são as inclinações da base da coluna nas direções x e y medidas a partir do centro de cada coluna;

E_{xi}, E_{yi} são as forças normais entre colunas nas direções x e y;

H_{xi}, H_{yi} são as forças de cisalhamento laterais entre colunas nas direções x e y;

N'_i, U_i são as forças efetivas normais e poropressão na base da coluna;

P_{vi}, S_i são as forças verticais externas e força de cisalhamento mobilizada na base da coluna;

X_{xi}, X_{yi} são as forças verticais de cisalhamento entre colunas no plano perpendicular às direções x e y.

Pelo critério de envoltória de resistência de Mohr-Coulomb, o fator de segurança global (FS) é definido (Cheng e Lau, 2008) como:

$$FS = \frac{S_{fi}}{S_i} = \frac{C_i}{S_i} + N'_i \tan \varphi_i \quad (4)$$

Em que:

FS é o fator de segurança;

S_{fi} é a força resultante ao cisalhamento disponível na base da coluna i;

N_i é a força normal efetiva;

C_i é a força de coesão, calculada multiplicando-se a coesão do solo da base da coluna pela área da base da coluna.

As componentes da força de cisalhamento S e a força normal N, na base da coluna i, nos eixos x, y e z são expressas a seguir na Figura 3A, 3B, 3C e Equação 5 e Equação 6 conforme Huang e Tsai (2000) e Huang, Tsai e Chen (2002):

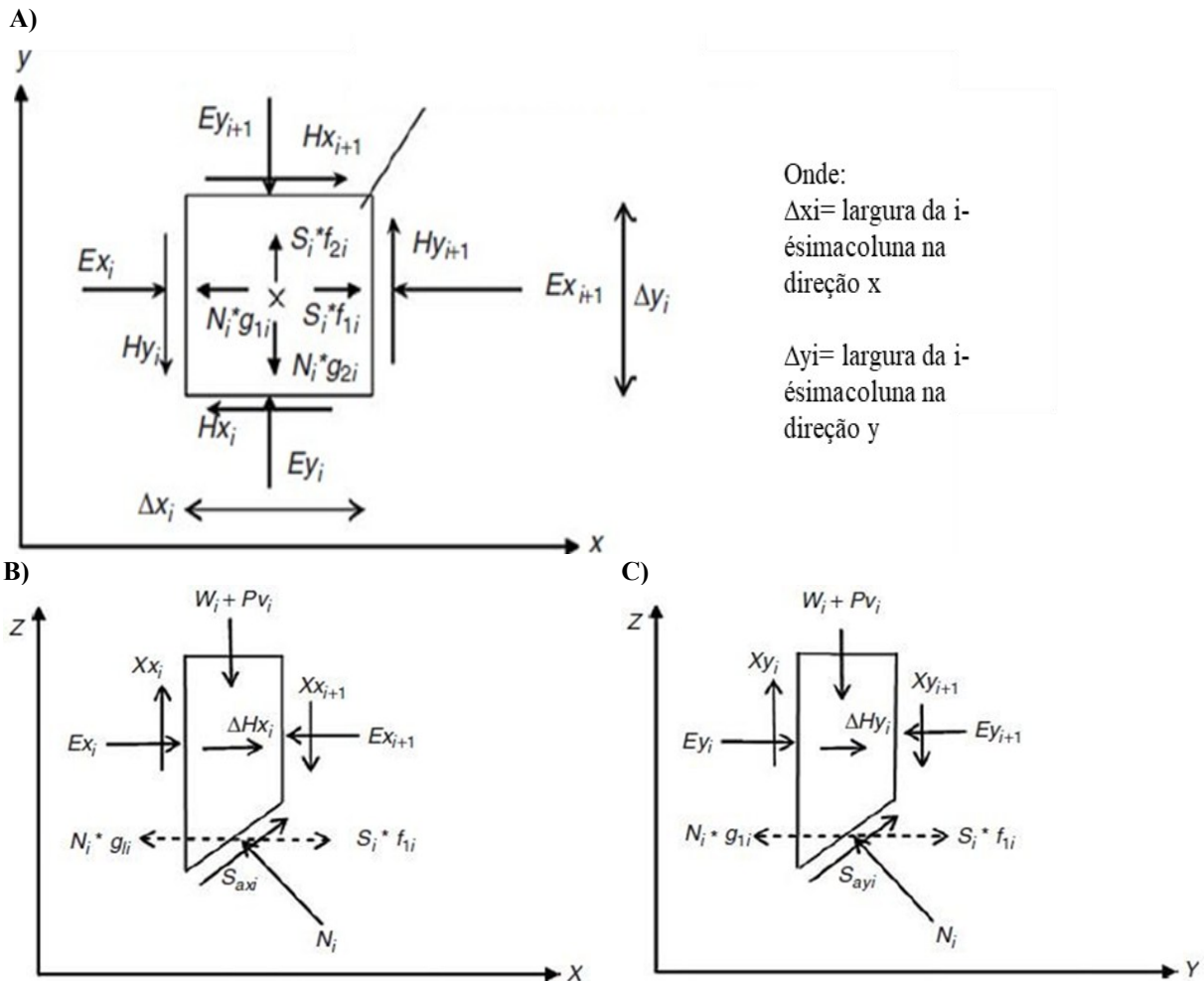


Figura 3 – (A) Equilíbrio de forças na direção - XY de uma coluna típica. (B) Equilíbrio de forças horizontais na direção - X de uma coluna típica. (C) Equilíbrio de forças horizontais na direção - Y de uma coluna típica.

Fonte: Chen e Lau (2008).

Em que $\{f_1 \ x \ f_2 \ x \ f_3\}$ e $\{g_1 \ x \ g_2 \ x \ g_3\}$ são os vetores unitários para S_i e N_i .

$$S_{xi} = f_1 \cdot S_i; S_{yi} = f_2 \cdot S_i; S_{zi} = f_3 \cdot S_i; \tag{5}$$

$$N_{xi} = g_1 \cdot N_i; N_{yi} = g_2 \cdot N_i; N_{zi} = g_3 \cdot N_i; \tag{6}$$

O software comercial “Slide3 Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®). utiliza a formulação geral de Cheng e Lau (2008), com algumas melhorias implementadas como utilização de vários modelos de envoltórias de resistência (e não só Mohr-Coulomb).

Ainda muitos são os métodos de equilíbrio limite propostos na literatura, por diversos autores e comumente utilizados em projetos de estabilidade de taludes. Um dos métodos mais populares nas análises de equilíbrio limite, é que aplica uma formulação mais generalizada oferecendo modelar de uma maneira mais discreta que o método de Morgenstern e Price (1965) é o método General de Equilíbrio Limite (GLE) (Chugh, 1986). O método pode ser usado tanto para o equilíbrio de forças como para o equilíbrio de momento ou, se for necessário, somente em condições de equilíbrio de forças.

De acordo com Gomes (2017), o procedimento do GLE consiste na seleção de uma função apropriada que descreva a variação dos ângulos das forças entre fatias de forma de conseguir o equilíbrio completo, assim os programas computacionais são muito sensíveis e podem gerar problemas numéricos na convergência da falha que forneça uma solução precisa do fator de segurança, (FS).

3. Descrição do estudo de caso

3.1 Localização e Vias de Acesso

A área do Complexo Mineral insere-se no município de Patrocínio, Minas Gerais. O município se encontra na região do Triângulo Mineiro e Alto Paranaíba. O percurso da viagem entre a Capital do Estado de Minas Gerais (Belo Horizonte) e Patrocínio é de cerca de 417 km, feito principalmente através da BR-262, cujo percurso prossegue na direção de Ibiá pela MG-187, depois pela MG-230 até Patrocínio, como demonstra a Figura 4.

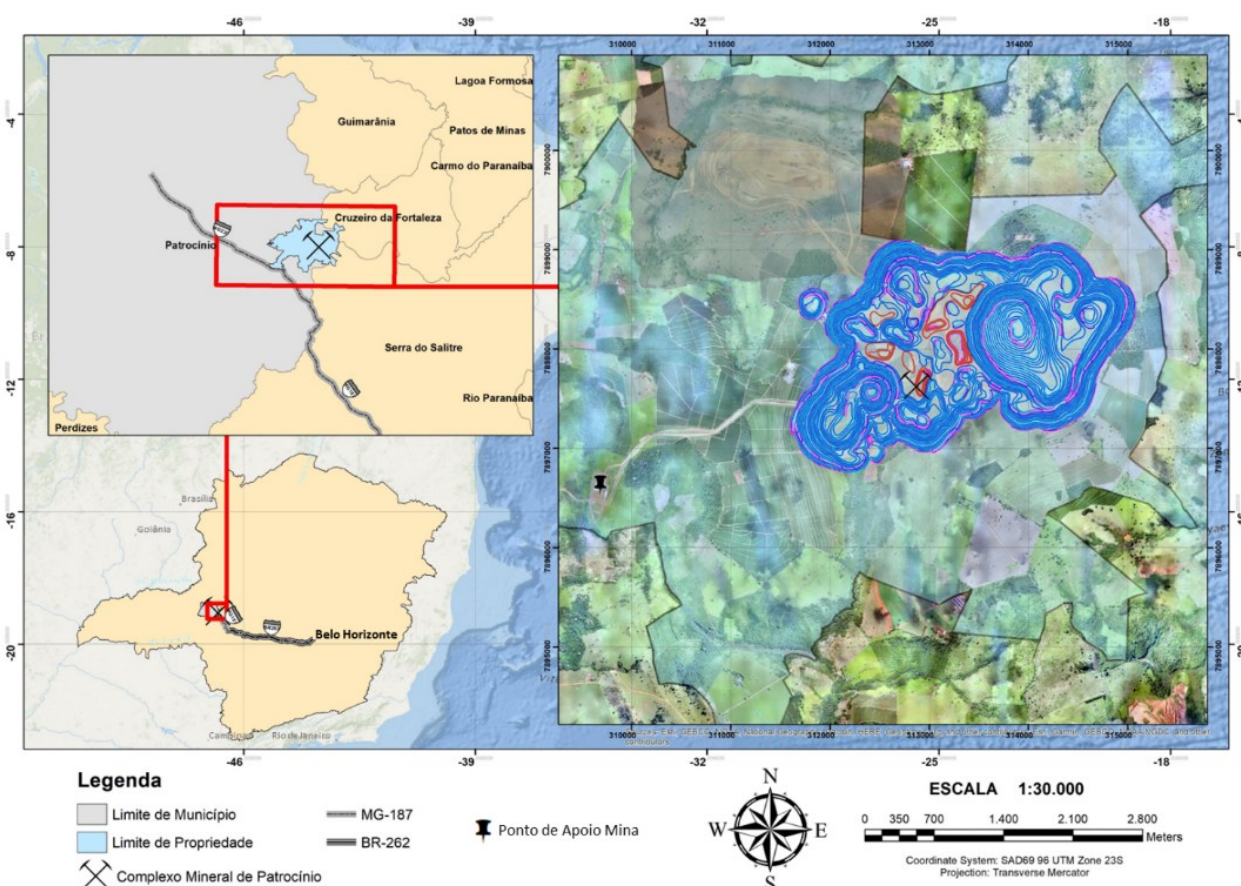


Figura 4 – Localização Complexo Mineral de Patrocínio - Região Estudada.

Fonte: Elaborado pelo autor com dados extraídos do Word Ocean Reference ArcGIS Esri®. Através de bases disponibilizado pelo planejamento de longo prazo (dezembro 2023).

4. Metodologia

A metodologia desenvolvida neste trabalho engloba análise da estabilidade de taludes (AET) de cava final, onde os taludes chegam a atingir mais de 300 metros de altura em um plano de terreno inclinado que limita a superfície de um maciço tanto em rocha como em solo.

Nessa pesquisa, os maciços da cava final apresentam uma baixa qualidade geomecânica por serem compostos essencialmente por maciços de solos e saprólitos. Apesar de se ter indicações de estruturas nos saprólitos tais como falhas e contatos geológicos, pelos dados disponíveis não se têm informações sobre suas localizações exatas, tão pouco suas características geotécnicas modeladas.

Dado o motivo anterior, não se avaliou rupturas em cunha, planar e tombamento. Deste modo as análises de estabilidade foram processadas para rupturas do tipo não circular assimétricas, executadas utilizando o software comercial Slide3 “Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®). Realizadas por cálculos iterativos através de algoritmos dada opção de pesquisa “Ellipsoid Surface e Spline Surface” a metodologia de busca “Cuckoo serch” com “Surface Altering Optimization”.

Para tanto será utilizado a técnica composta pelo método G.L.E./Morgenstern-Price, mais consistente em termos de equilíbrio limite (MEL) em modelos bidimensionais e tridimensionais, configurando os parâmetros de resistência das camadas de solo, regidos pela envoltória de Mohr-Coulomb, considerando o padrão constitutivo para os onze diferentes tipos de solo e rocha encontrados na área da pesquisa.

Desta forma conhecendo vantagens, limitações e dificuldades na utilização de modelos bidimensionais e tridimensional e de acordo com o conhecimento técnico disponível sobre o maciço até o momento, adotaram-se as seguintes premissas para as análises de estabilidade:

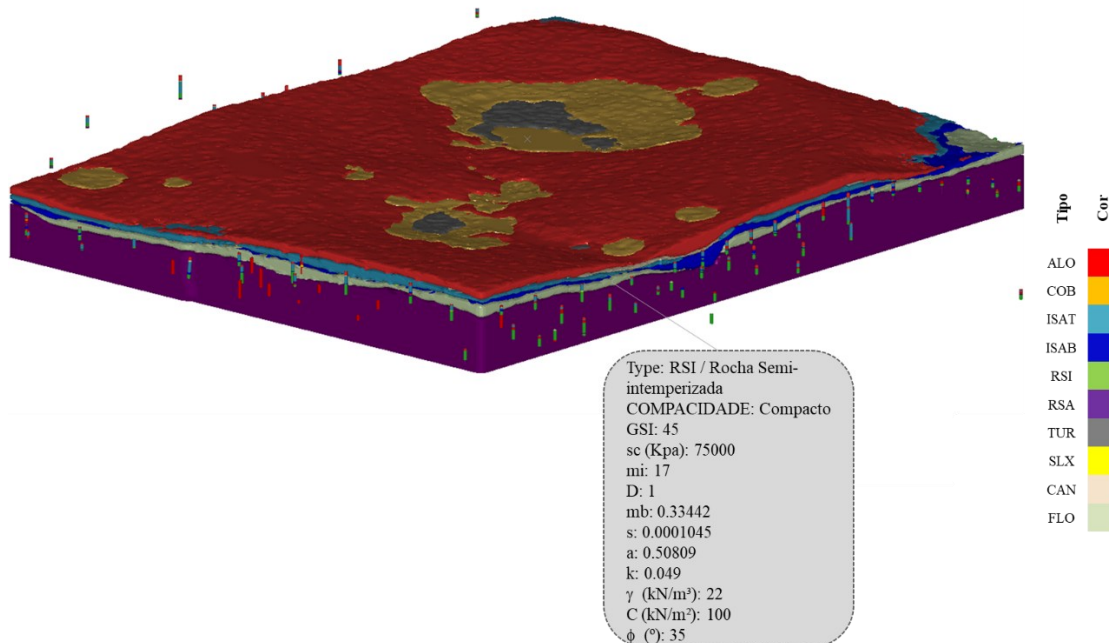
- As análises para ruptura tipo não circular assimétricas para materiais isotrópicos e heterogêneos, realizadas utilizando software Slide3 “Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®).
- Fator de segurança mínimo aceitável (FS_{min}) para escala do talude Global = 1,2 – 1,3, com Baixa Consequência de Ruptura (READ & STACEY, 2009);
- Adoção de parâmetros de resistência dos materiais baseados em ensaios de laboratório e relatórios já existentes;
- Nível freático baseado nas superfícies de rebaixamento para cava final, conforme modelo hidrogeológico conceitual elaborado;
- Análises de estabilidades considerando-se taludes drenados;

4.1 Resistência ao cisalhamento da camada de solo

Para as camadas localizadas dentro da cava, foi utilizado o critério de Mohr-Coulomb, devido ao fato de que este material é muito intemperizado, comportando-se como um solo. A coesão c' e o ângulo de atrito φ foram definidos através dos resultados dos ensaios de compressão triaxial fornecidos pela mineradora. Foram realizados ensaios de compressão triaxial rápida, pré-condensada, saturada e de pressão neutra (CIUsat), com uma série de quatro corpos de prova por bloco e ou material amostrado. Os testes foram realizados nas pressões de confinamento de 100, 200, 400 e 800 kPa.

A mina selecionada para aplicação da metodologia proposta já possui um modelo geológico elaborado pela equipe de planejamento de lavra da mineradora, porém, apenas em formato de blocos. Para a execução das análises da presente pesquisa, fez-se necessário converter o modelo para o formato de sólidos, e, assim ser utilizados como domínios, produtos litológicos e intempéricos. Esta conversão consistiu em atribuir aos centróides dos blocos atributos de “Interior” ou “Exterior” utilizando software Studio OP *Open Pit Design* DATAMINE®, comando “Create Isurfaces from Model – Wreframe”, para os agrupamentos litológicos e intempéricos como demonstrado na Figura 5A e Figura 5B.

A)



B)

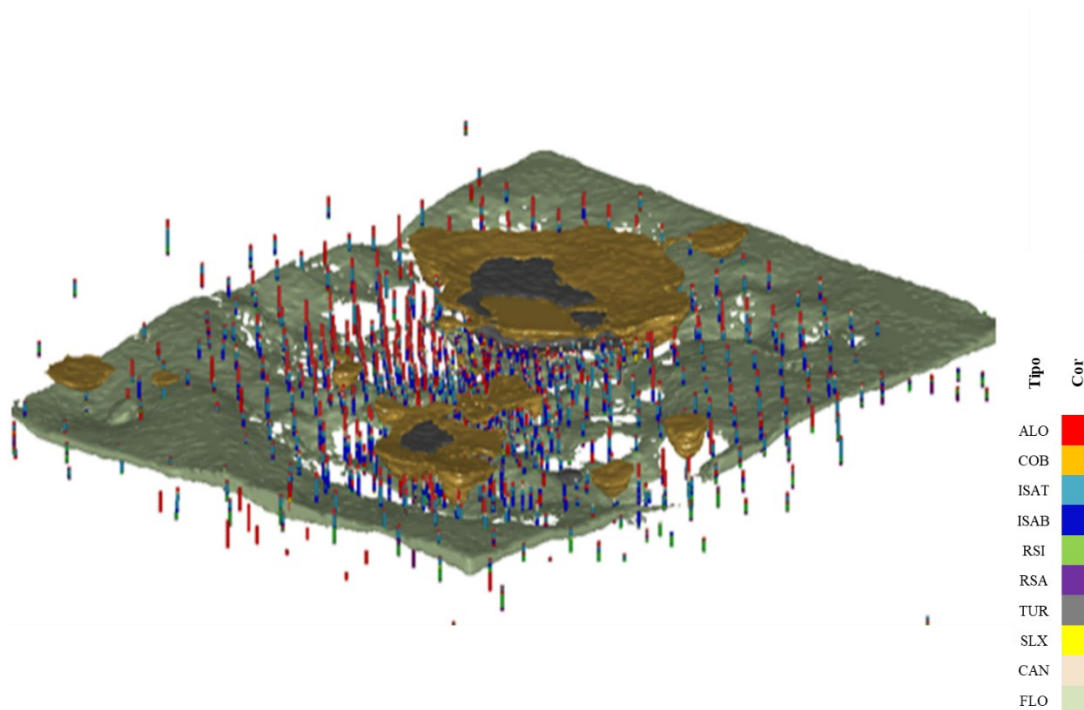


Figura 5 – (A) Modelo geológico de blocos, produtos litológicos e intempéricos. (B) Modelo de sólidos com agrupamento litológico segundo critérios geotécnicos.

Fonte: Elaborado pelo autor – Studio OP Open Pit Design DATAMINE®, através do Modelo Geológico disponibilizado pela Geologia de longo prazo (dezembro 2023).

A fim de suportar a metodologia de análise de estabilidade de taludes, a superfície da água utilizada nas análises 2D e 3D, foi obtida pelo modelo hidrogeológico e fornecido pela mineradora. O modelo hidrogeológico, possibilita avaliar as conexões hidráulicas entre as estruturas, bem como proporcionar a simulação de cenários futuros para obter estimativas de volume de água que deverá ser gerenciado. Entregando como principal produto a geotecnia a potenciométrica atual e final, superfície potenciométrica 3D Figura 6, a fim de se identificar a posição aproximada do nível d’água.

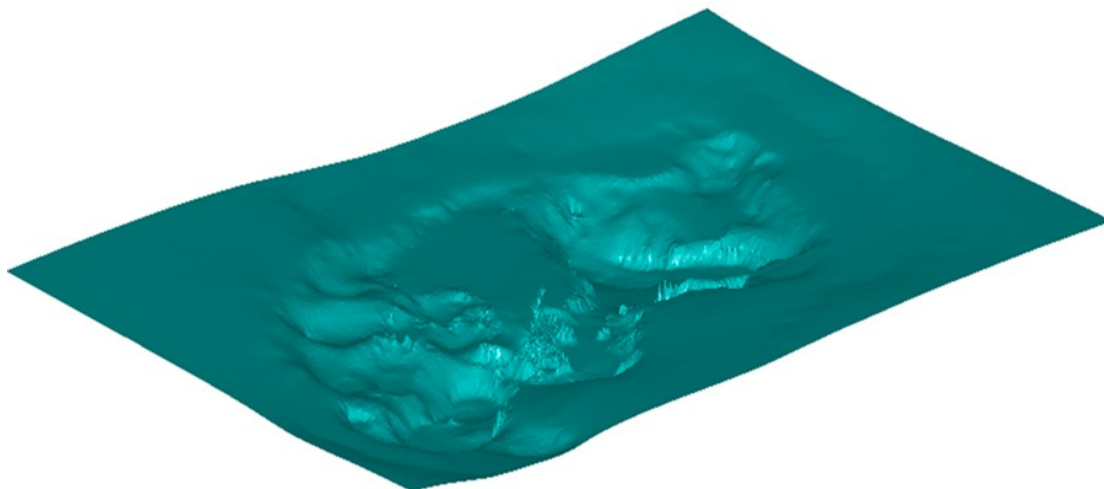


Figura 6 – Superfície potenciométrica 3D.

Fonte: Elaborado pelo autor – Studio OP Open Pit Design DATAMINE®, através de equipotenciais disponibilizado pela Geologia e hidrogeologia - CMP (setembro 2023).

4.2 Análise de Estabilidade por Equilíbrio Limite 2D e 3D

Como se trata de uma cava composta predominantemente por litotipos friáveis e materiais sem anisotropia, foram realizadas análises de estabilidade para rupturas inicialmente do tipo em escala global, executadas utilizando o software comercial Slide3 “Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®). Para a concepção dos sólidos do modelo geológico-geotécnico 3D da cava final, visando realizar as análises de estabilidade, o modelo geotécnico 3D foi desenvolvido por meio das etapas enumeradas a seguir:

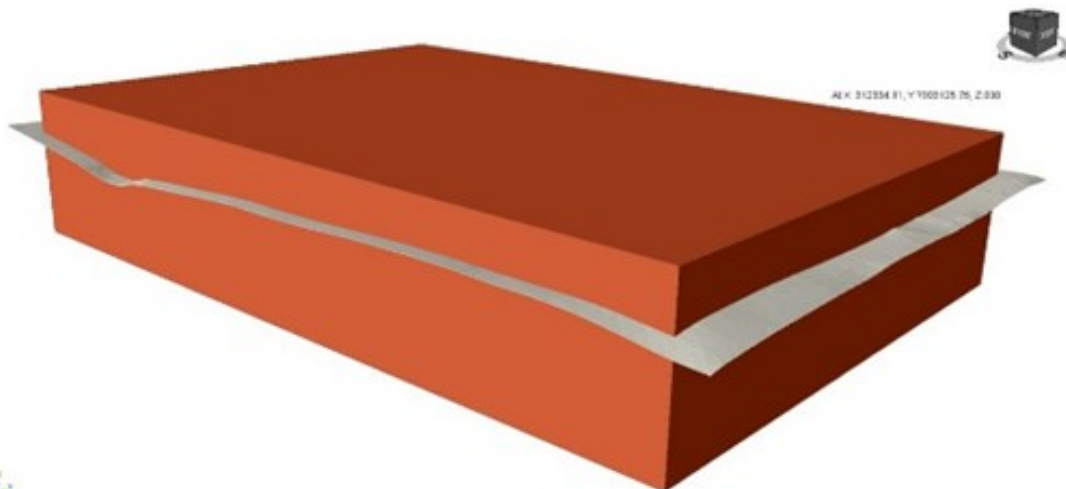
1. Definição de um volume de influência do modelo por meio da criação de um contorno com base nos limites das superfícies/cascas referentes aos materiais (solo e rochas) recebidos;
2. Criação dos sólidos e da malha do modelo pela subdivisão do volume de influência do seu contorno por meio das superfícies/cascas recebidas;
3. Atribuição dos parâmetros geotécnicos no modelo numérico.

4.3 Definição do contorno do modelo

De posse de todas as superfícies/cascas auxiliares definidas software Studio OP Open Pit Design DATAMINE®, iniciou-se a criação do modelo no Slide3 “Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®). As superfícies foram importadas sendo criado um volume de influência do modelo por meio da criação de um contorno com base nos limites das superfícies fechadas dos sólidos referentes aos materiais da região da cava final.

Observa-se na Figura 7A e Figura 7B que os limites do modelo, em vermelho, foram definidos na mesma profundidade (600,0 m) das malhas recebidas, com altura chegando até a 1.300,0 m sem a necessidade de manter muito espaço de sobra na superfície visto que a cava será escavada.

A)



B)

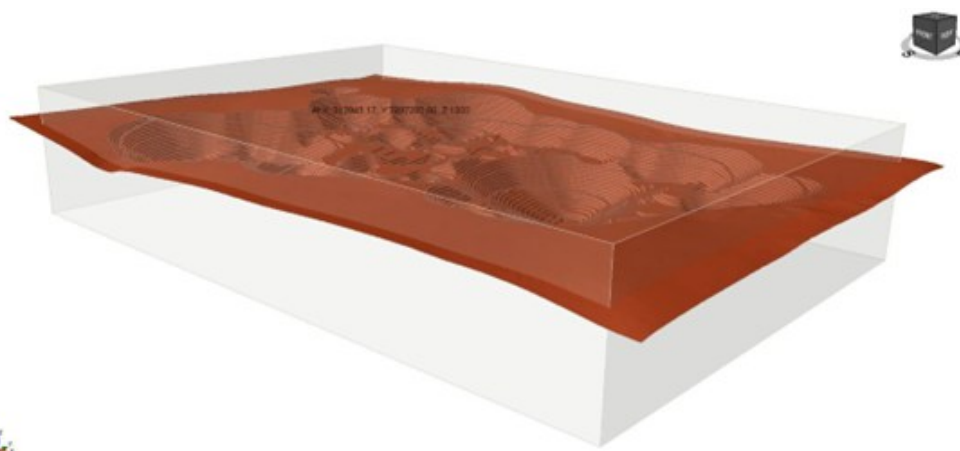


Figura 7 – (A) - (B) Definição do contorno a partir das superfície geométrica importada para o Slide 3D.
Fonte: Elaborado pelo autor através do software Slide 3D Rocscience®, (dezembro 2023).

4.4 Criação dos Sólidos

Após definir o contorno, foi possível subdividi-lo nos sólidos do modelo por meio das superfícies fechadas fornecidas. O resultado é apresentado na Figura 8A. Observa-se que o volume do bloco inicial foi dividido considerando como limites todas as superfícies importadas referentes aos litotipos da região da cava. Dessa forma, foi possível identificar cada um dos sólidos gerados. Por exemplo, na Figura 8B é apresentado um desses sólidos, que até o momento não possui a informação de qual litotipo pertence, sendo essa uma posterior etapa.

A)



B)

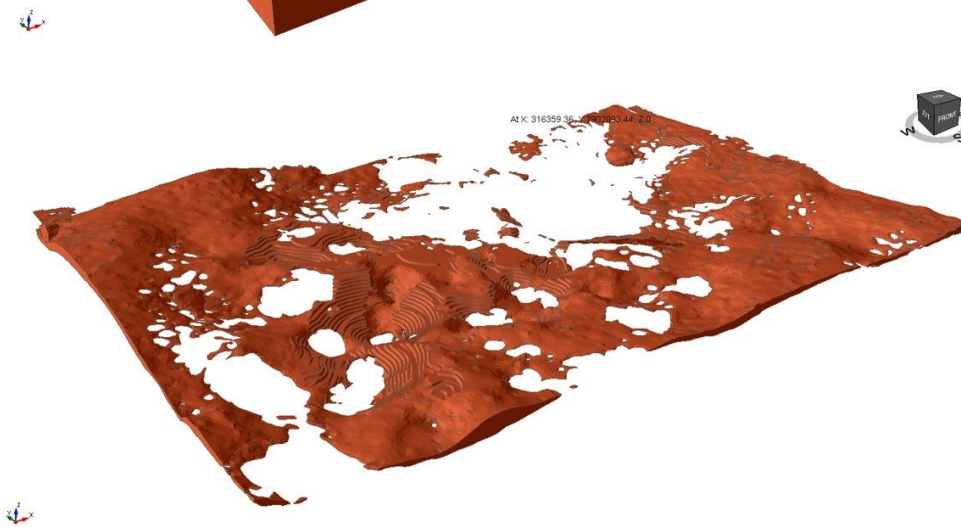


Figura 8 – (A) Divisão do contorno por meio das superfícies da região da cava. (B) Exemplo de um volume separado dos demais volumes após a divisão do contorno, antes da sua classificação.

Fonte: Elaborado pelo autor – Slide 3D Rocscience®, (dezembro 2023).

Dessa forma, após aplicar os passos para todos os materiais, finaliza-se a etapa de criação dos sólidos, também chamada de malha, tendo como produto um modelo litomecânico, ainda sem parâmetros geotécnicos aplicados.

4.5 Atribuição dos Parâmetros Geotécnicos aos Respetivos Sólidos

A Figura 9, já apresenta nas diferentes cores a atribuição dos materiais aos respectivos sólidos. A legenda e os parâmetros aplicados são apresentados na Tabela 1.

A)

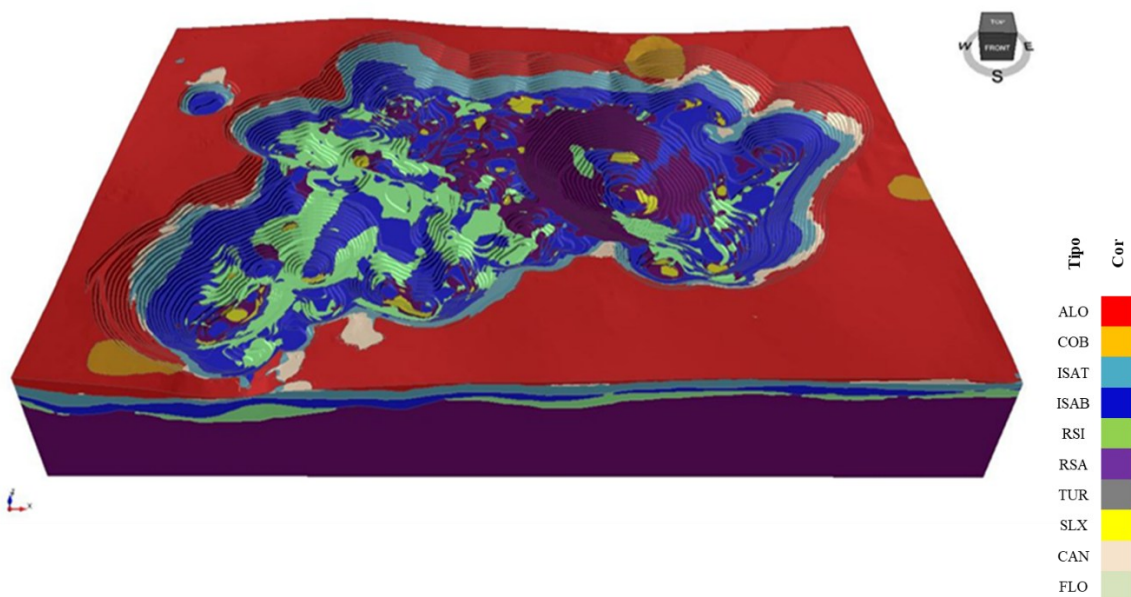


Figura 9 – Modelo litomecânico completo após a criação de todos os materiais de interesse
Fonte: Elaborado pelo autor – Slide 3D Rocscience®, (dezembro 2023).

Tabela 1 – Parâmetros geomecânicos médios utilizados na análise de estabilidade.

Parâmetros	Litologia					Intemperismo					
	TUR	CAN	FLO	SLX	ALO	COB	ISAT	ISB	RSI	RSA	
Índice Físico	γ (kN/m ³)	13.4	22.5	21.3	19.5	14	14	19.5	19.7	22.5	22.5
	σ_c (MPa)	-	-	-	-	-	-	-	-	75	155
Classificação Hoek Brown	GSI	-	-	-	-	-	-	-	-	40	56
	mi	-	-	-	-	-	-	-	-	17	17
	D	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1
	mb	-	-	-	-	-	-	-	-	0.234	0.7337
Critério Hoek Brown	s	-	-	-	-	-	-	-	-	4.54e-05	0.000653
	a	-	-	-	-	-	-	-	-	0.51137	0.50377
	c (kN/m ²)	4	60	11	75	17	17	40	27	27	130
Mohr-Coulomb	ϕ (°)	27	35	21	37	30	30	33	36	32	36

Legenda	
γ	densidade do material em kN /m ³
σ_c	resistência a compressão uniaxial da rocha intacta sã (MPa)
GSI	Geological Strength Index
mi	constantes do critério de ruptura de Hoek-Brown para a rocha intacta
D	fator de dano devido a detonação (desmonte a fogo)
mb	valor da constante m de Hoek-Brown para maciço rochoso
"s" e "a"	constantes do critério de ruptura de Hoek-Brown que dependem das características do maciço rochoso
c	coesão (kN/m ²)
ϕ	ângulo de atrito (°)

Fonte: Elaborado pelo autor, baseado no banco de dados disponível da mina (dezembro 2023).

5. Resultados e Análises

A partir do modelo tridimensional inserido, já configurados os parâmetros de resistência das camadas de solo, assim regidos pela envoltória de Mohr-Coulomb. Foram realizadas diversas análises de estabilidade determinísticas, para que as formulações dos métodos fossem satisfeitas por meio de buscas por superfícies não circular assimétricas. Desta forma concentrando as buscas pela cunha crítica, ficando o software “livre” com a predefinição para encontrar superfícies de rupturas por todo o modelo tridimensional.

Geralmente, o processo de busca pela superfície de deslizamento crítica envolve tentar diferentes formas, como esferas e elipsoides, para cortar a topografia do solo. A massa deslizante acima do corte é discretizada em colunas de solo e suas forças internas são resolvidas para o equilíbrio estático para determinar o fator de segurança (FSmin). Variações dimensionadas, rotacionadas e transladadas dessas formas são usadas para minimizar o valor de fator de segurança (FSmin) obtido na massa deslizante.

Inicialmente foi utilizada a opção de pesquisa “*Ellipsoid Surface*” e a metodologia de busca “*Cuckoo serch*” com “*Surface Altering Optimization*” do software Slide3 “*Limit Equilibrium Analysis for Slopes*” (Rocscience ®). Sendo assim possível determinar as regiões colapsáveis em termos de segurança, destacados através do mapa de segurança da superfície e dados de contorno no mínimo global, expresso através de fator de segurança (FSmin).

Os resultados dos fatores de segurança (FSmin) 3D estão apresentados na Tabela 2, e na Figura 9 o mapa de segurança assim como a legenda com o fator mínimo global.

Ainda para que o comparativo entre as análises em 2D e em 3D fosse mais confiável, a seção transversal utilizada nas análises

foi traçada pelo próprio software Slide3 “*Limit Equilibrium Analysis for Slopes*” (Rocscience®), que utiliza a formulação geral de Chen e Yin (2007), com algumas melhorias implementadas como a utilização de vários modelos de envoltórias de resistência e não só Mohr-Coulomb. Desta forma erros de modelagem como diferenças de geometria e das camadas geológicas, foram eliminados ou minimizados.

Tabela 2 – Resultados da discretização da massa deslizante - Abordagens Numéricas (FS2D x FS3D) “*Ellipsoid Surface*”.

Dimensão	Metódo de Busca	Tipo de Superfície	FS	Máximo de Colunas X ou Y - Fatias	Interações Máximas	Prioridade de Computação (<i>Highest</i>) – Tempo (s)
2D	<i>Cuckoo serch</i>	<i>Non-Circular</i>	1,222	50	75	28
3D	<i>Cuckoo serch</i>	<i>Ellipsoid</i>	1,373	50	75	428,136

Fonte: Elaborado pelo autor baseado nos resultados – Slide 3D Rocscience® (dezembro 2023).

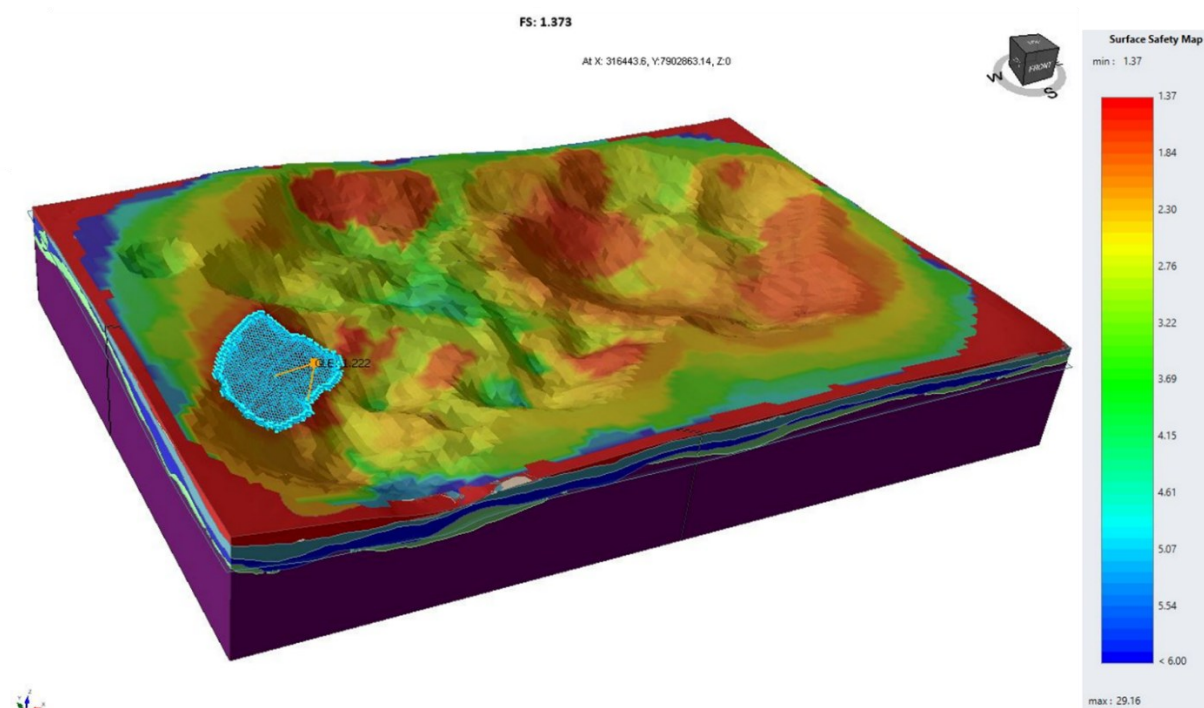


Figura 10 – (A) Mapa de segurança da superfície e dados de contorno no mínimo global (predefinição). (B) superfícies de ruptura 3D, seção 2D – Cava Final “*Ellipsoid Surface*”.

Fonte: Elaborado pelo autor – Slide 3D Rocscience®, (dezembro 2023).

Na análise de estabilidade preliminar, não foram concentradas buscas pela cunha crítica, ficando o software “livre” para encontrar superfícies de rupturas por todo o modelo tridimensional. Dessa forma, fica possível determinar as regiões colapsáveis em termos de segurança, destacados através do Mapa - segurança da superfície e dados de contorno no mínimo global. Ainda na Tabela 2, pode-se observar que o fator de segurança no caso do modelo 3D é maior que o fator de segurança 2D. Sabe-se que o efeito de confinamento das superfícies de ruptura 3D tende a resultados de fatores de segurança maiores do que as análises 2D.

Comparado os valores mostrados na Tabela 2, indicam que os fatores no modelo 3D é 8% superior com respeito ao modelo 2D. Apesar disto, os fatores de segurança (FS) se mostram satisfatórios em relação ao mínimo estabelecido no item 2.2.2 ($FS_{\min} = 1,2 - 1,3$).

De modo a concentrar as análises para determinação da superfície de ruptura crítica, habilitando o estudo do comportamento, com a possibilidade de variação do número de Colunas em X ou Y - Fatias até se obter a máxima convergência, foram realizados inúmeros cálculos iterativos através de busca exaustiva em que todas as soluções possíveis são pesquisadas para um conjunto de variáveis de projeto, representando assim os resultados na Tabela 3.

Tabela 3 – Abordagens Numéricas $FS_{2D} \times FS_{3D}$ - Número Máximo de Fatias - Colunas em X ou Y “Ellipsoid Surface”.

Dimensão	Método de Busca	Tipo de Superfície	FS	Máximo de Colunas X ou Y - Fatias	Média	s	C.V. (%)	Prioridade de Computação (Highest) – Tempo (s)
2D	Cuckoo serch	Non-Circular	1,165	25	1,226	0,059	4,830	29
			1,222	50				28
			1,289	100				31
			1,196	150				57
			1,185	200				64
			1,177	250				75
			1,303	300				82
			-	350				-
3D	Cuckoo serch	Ellipsoid	1,260	25	1,317	0,052	3,982	237,19
			1,373	50				428,136
			1,322	100				1167,73
			1,269	150				4103,95
			1,389	200				5004,51
			1,252	250				14010,64
			1,352	300				26801,18
			-	350				-

Fonte: Elaborado pelo autor baseado nos resultados – Slide 3D Rocscience® (dezembro 2023).

5.1 Otimização da análise numerica computacional

Todas as superfícies geradas nos resultados anteriores são elipsoidais. Segundo Ma et al. (2022), as superfícies de deslizamento raramente são elipsoidais ou esféricas na realidade, a busca elipsoidal por si só pode nem sempre produzir o verdadeiro mínimo fator de segurança (FS_{min}) em um talude.

A pesquisa por Spline é um poderoso recurso original do software Slide3 “Limit Equilibrium Analysis for Slopes” (Rocscience®) e recente atualizada para uso no software, em que se usa superfícies baseadas em spline em 3D, que são variadas para determinar a superfície de deslizamento crítica, geralmente é mais eficaz em prever o mínimo fator de segurança (FS_{min}) do que a pesquisa elipsoidal ou esférica (ROCSOENCE, 2022).

Para prever melhor o verdadeiro mínimo fator de segurança (FS_{min}) para os taludes da cava final, foi então empregado de forma incremental uma combinação dos métodos mais poderosos “Spline Surface” e a metodologia de busca “Cuckoo serch” com “Surface Altering Optimization”.

Como as análises anterior, a máxima convergência também foi realizada através de uma busca exaustiva em que todas as soluções possíveis são pesquisadas para um conjunto de variáveis de projeto, assim a Tabela 4 demonstra através das análises os resultados, a abordagens numéricas e o mínimo fator de segurança (FS_{min}) 2D e 3D junto os resultados médios do mínimo fator de segurança (FS_{min}) 2D e 3D.

Tabela 4 – Abordagens Numéricas $FS_{2D} \times FS_{3D}$ - Número Máximo de Fatias - Colunas em X ou Y “Spline Surface”.

Dimensão	Método de Busca	Tipo de Superfície	FS	Máximo de Colunas X ou Y - Fatias	Média	s	C.V. (%)	Prioridade de Computação (Highest) – Tempo (s)
2D	Cuckoo serch	Non-Circular	1,235	25	1,223	0,060	4,939	25
			1,269	50				40
			1,298	100				52
			1,136	150				73
			1,181	200				86
			1,158	250				93
			1,257	300				140
			-	350				-
3D	Cuckoo serch	Spline	1,387	25	1,322	0,062	4,726	123,10
			1,346	50				690,71

	1,398	100		1424,14
	1,278	150		3684,65
	1,279	200		9736,35
	1,213	250		11309,52
	1,355	300		14819,25
	-	350		-

Fonte: Elaborado pelo autor baseado nos resultados – Slide 3D Rocscience® (dezembro 2023).

A Figura 11 nos mostra o gráfico, nele estão plotados os resultados dos fatores de segurança 2D e 3D para as análises determinísticas, correspondentes a cada cenário de variação das Colunas em X ou Y - Fatias, tanto para tipo de superfície "Ellipsoid" como para superfície Spline".

Os Resultados plotados no gráfico indicam uma variação dos resultados dos fatores de segurança 2D e 3D na medida em que se dá o incremento do número de fatias e ou colunas. Isso ocorre devido a restrição geométrica imposta na busca por cunhas de ruptura pelo software.

Quanto mais fatias 2D ou colunas 3D são incorporadas nas buscas, mais o software fica livre para pesquisar cunhas de rupturas com geometrias diferentes, e a cada rodada de análises a uma busca inteiramente nova, que não necessariamente apresentara os mesmos resultados das cunhas com a quantidades de colunas e ou fatias diferentes. Quanto mais coluna e ou fatias são incrementadas, mais aumenta a precisão geométrica das cunhas de ruptura, podendo deixar que o software busque geometrias diferentes e mais precisas, acompanhado o contato geológico ou mesmo a geometria externa do maciço ou talude.

Ao indicar 50x50 colunas o software Slide 3, irá enquadrar a superfície de ruptura dentro de uma malha de colunas composta por 50 colunas na horizontal e 50 colunas na vertical, totalizando 2500 colunas. A superfície de ruptura crítica será sempre enquadrada dentro dessa malha, onde a largura da base da coluna irá variar em função do tamanho da superfície de ruptura crítica. Variando o número de colunas numa busca por cunha de ruptura, acaba refinado as buscas por cunha de rupturas críticas, possibilitando encontrar cunhas com menor fator de segurança (FSmin), inclusive espacialmente em lugares diferentes.

A análise de estabilidade correspondente a 300x Colunas em X ou Y - Fatias, representa a máxima convergência, justamente pela quantidade excessiva de colunas em cunhas relativamente pequenas. Assim não se teve mais qualquer alteração de valores dos fatores de fator de segurança 2D e 3D (FSmin) com o acréscimo de Colunas em X ou Y - Fatias.

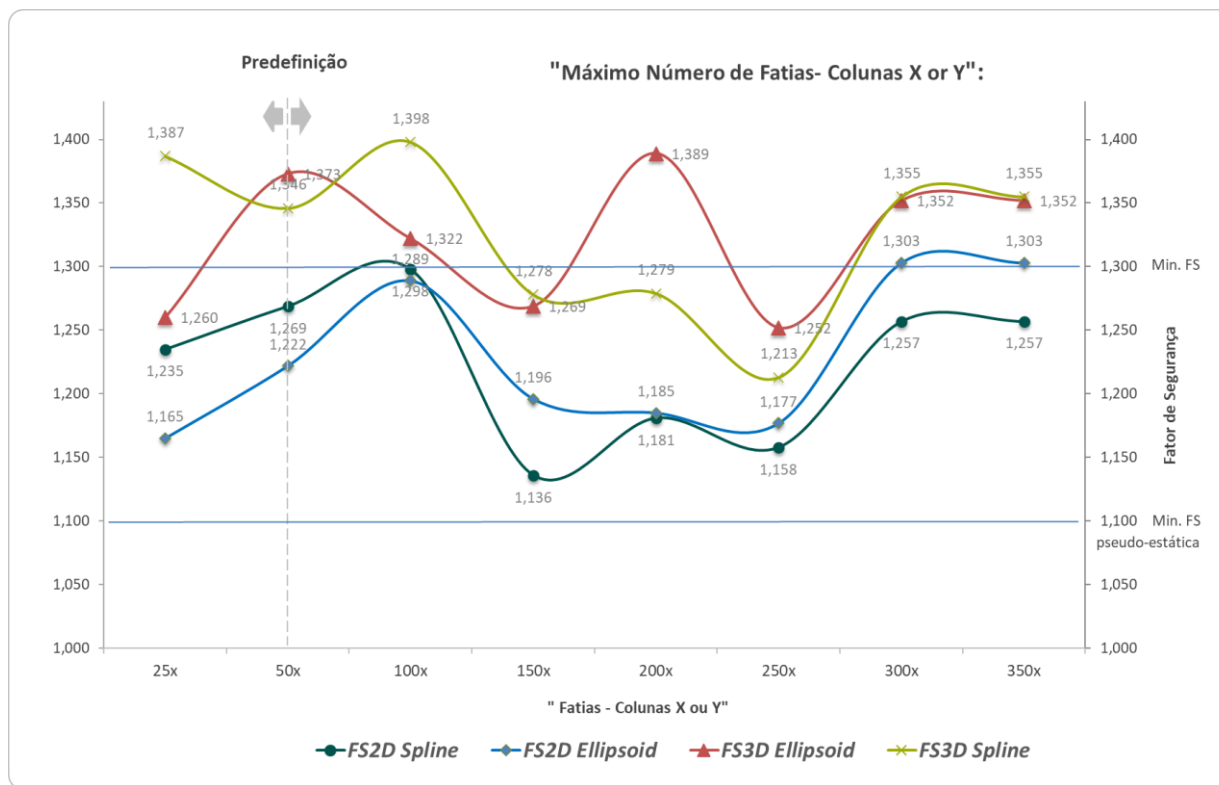


Figura 11 – Abordagens Numéricas (FS2D x FS3D) - Número máximo de Colunas em X ou Y - Fatias. [Fonte: Elaborado pelo autor baseado nos resultados das Abordagens Numéricas – Slide 3D Rocscience® (dezembro 2023).

O efeito de confinamento das superfícies de ruptura 3D tende a resultados de fatores de segurança maiores do que as análises 2D, com exceção de problemas geotécnicos que tenham comportamento puramente 3D onde as análises 2D não conseguem

replicar. A variação do número de Colunas em X ou Y - Fatias até se obter a máxima convergência, resulta em diferentes valores fatores de fator de segurança 2D e 3D (FSmin), e geometria de superfície de ruptura crítica espacialmente em lugares diferentes, mesmo reduzindo o esforço computacional e o modelo numérico tridimensional utilizando limites de pesquisa.

Nota-se que as variações dos fatores de fator de segurança 2D e 3D (FSmin) detém de um coeficiente de variação alto frente ao incremento do número de Colunas em X ou Y - Fatias, às vezes para maiores, outras para menores valores. A determinação da quantidade de colunas ideal, depende do tamanho das cunhas de ruptura e da complexidade geológica do maciço, e não necessariamente o incremento na quantidade de colunas direciona a menores fatores de segurança (FSmin), assim como ocorre em análises por elementos finitos.

A abordagem numérica (FS2D x FS3D), fator de segurança (FSmin) médio utilizando "Spline Surface", se demonstra levemente inferior ao comparado a abordagem numérica (FS2D x FS3D), utilizando fator de segurança (FSmin) médio "Ellipsoid Surface". Apesar disto, o mínimo fator de segurança 2D e 3D (FSmin) médio para ambas as abordagens, se mostram satisfatórios em relação ao mínimo estabelecido no item 2.2.2 para escala do talude Global = 1,2 – 1,3, com Baixa Consequência de Ruptura. O resultado do fator de segurança (FSmin) correspondente modelo pseudo-estáticas 3D e superior com respeito ao modelo pseudo-estáticas 2D, e somente o fator e de segurança (FSmin) correspondente ao modelo 3D se mostram satisfatórios em relação ao mínimo estabelecido no item 2.2.2 (FSmin = 1,10).

6. Considerações Finais

O objetivo principal deste trabalho foi investigar a influência dos efeitos bidimensionais e tridimensionais na ocorrência de deslocamentos, e na variação dos fatores de segurança contra a ruptura de taludes durante o processo de variações do número de colunas e fatias, alternando a metodologia de busca pela superfície de deslizamento crítica.

O modelo geotécnico tridimensional se deu de acordo com os dados disponibilizados pela mineradora, enquanto os materiais caracterizados geotecnicaamente foi através de ensaios de laboratórios e do banco de dados existentes.

Para o presente estudo de caso, em conjunto com trabalhos realizados no projeto deste mesmo empreendimento, buscou-se avaliar os fatores de segurança (FSmin), confiabilidade das diferentes solicitações, e compará-los com referências de normas nacionais e internacionais que dispõem sobre cavas de mineração, uma vez que ainda não há conhecimento de regulamentação para resultados para fatores de segurança (FSmin) dado através de modelos 3D.

Na avaliação da condição de estabilidade bidimensional e tridimensional, os resultados indicaram os principais pontos:

Com os parâmetros de resistência médios dos materiais, fator de segurança (FSmin) 2D foi 1,22 e fator de segurança 3D (FSmin) e 1,32 em escala do talude Global = 1,2 – 1,3, com Baixa Consequência de Ruptura, recomendado por vários autores para taludes de cava. Os suficientes para definir uma condição instável do talude.

Ao comparar abordagem numérica (FS_{2D} x FS_{3D}), podemos verificar que os resultados 3D são cerca de 8% maiores. Esta comparação permite-nos validar os resultados.

Ainda para o presente estudo de caso algumas conclusões podem ser feitas:

1. Os fatores de segurança calculados em modelos 3D geralmente resultam levemente superiores aos correspondentes valores estimados nos modelos 2D. A utilização de análises 2D são mais simples de operar, e não se faz necessário modelos 3D o que explica a predominância de análises 2D na engenharia geotécnica, visto a dificuldade em produzir modelos fidedignos 3D;
2. A variação do número de Colunas em X ou Y - Fatias até se obter a máxima convergência resulta em diferentes valores de fator de segurança (FSmin) e geometria de superfície de ruptura crítica espacialmente em lugares diferentes.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais para o desenvolvimento desta pesquisa.

Referências

- ALBATAINEH, N. Slope Stability Analysis Using 2D and 3D Methods. Akron, 2006. 129 p. master's thesis, University of Akron, 2006.
- ANAGNOSTI, P. Three-Dimensional Stability of Fill Dams. Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, v. 02, p 275 – 280, 1969.
- ANTOCHEVIZ, R. B. Metodologia Para Determinação do Procedimento a Ser Utilizado em Uma Análise de Estabilidade de Taludes – Ruptura Circular. Porto Alegre, 2018. 98 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Minas) – PPGEM da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- AZZOUZ, A. S.; BALIGH, M. M. Loaded Areas on Cohesive Slopes. ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division, v. 109, n. GT 05, p. 724 – 729, 1983.
- BALIGH, M. M.; AZZOUZ, A. S. End Effects on the Stability of Cohesive Slopes. ASCE Journal of the Geotechnical

Engineering Division, v. 101, n. GT 11, p. 1105 – 1117, 1975.

BISHOP, A. W. The Use of Slip Circle in the Stability Analysis of Earth Slopes. *Géotechnique*, v. 05, n. 01, p. 7 – 17, 1955.

BRETAS, T. C. Retroanálise Probabilística Tridimensional Por Equilíbrio-limite De Rupturas De Talude em Belo Horizonte/MG. Ouro Preto, 2020. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Núcleo de Geotecnia.

CAPELLI, R. B. Metodologias Analíticas e Modelagem Numérica Para a Otimização da Inclinação de Taludes de Mineração com Base no Lucro. Ouro Preto, 2018. 15 p. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Núcleo de Geotecnia.

CAVOUNIDIS, S.; KALOGEROPOULOS, H. End Effects on the Stability of Cuts in Normally Consolidated Clays. *Revista Italiana di Geotechnica*, v. 02, p. 85 – 93, 1992.

CHEN, R. H. Three-Dimensional Slope Stability Analysis. Joint Highway Research Project, Eng. Experiment Station, Purdue University, Report JHRP-81-17, 1981.

CHEN, R. H.; CHAMEAU, J. L. Three-Dimensional Limit Equilibrium Analysis of Slopes.

Géotechnique, v. 32, n. 01, p. 31 – 40, 1982.

CHENG, Y. M.; YIP, C. J. Three-Dimensional Asymmetrical Slope Stability Analysis Extension of Bishop's, Janbu's, and Morgenstern-Price's Techniques. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 133, n. 12, p. 1544 – 1555, Dez. 2007.

COSTA, E. A. Avaliação de Ameaças e Riscos Geotécnico Aplicados à Estabilidade de Taludes. Porto Alegre, 2005. 20 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

FELLENIUS, W. "Calculations of the stability of earth dams". In: *Trans. 2nd Congr. Large Dams*. Washington, v. 4, pp. 445-463, 1936.

FREDLUND, MD.; LU, H.-H.; MYHRE, T.; MERCER, K. Open Pit 3D Limit Equilibrium Numerical Modelling of Complex Geostructures. *Slope Stability*, African Institute of Mining and Metallurgy, 2015.

GENS, A.; HUTCHINSON, J.; CAVOUNIDIS, S. Three-Dimensional Analysis of Slides in Cohesive Soils, *Géotechnique*, v. 38, n. 01, p. 1 – 23, 1988.

HOVLAND, H. J. Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method. *ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Division*, v. 103, n. GT 09, p. 971 – 986, 1977.

HUANG, C.-C.; TSAI, C.-C. New method for 3D and asymmetrical slope stability analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 126, n. 10, p. 917 – 927, Out. 2000.

HUANG, C.-C.; TSAI, C.-C.; CHEN, Y.-H. Generalized Method for Three-Dimensional Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 128, n. 10, p. 836–848, out. 2002.

HUNGR, O. An Extension of Bishop's Simplified Method of Slope Stability Analysis to Three Dimensions. *Géotechnique*, v. 37, n. 1, p. 113 – 117, 1987.

HUNGR, O.; SALGADO, F. M.; BYRNE, P. M. Evaluation of a Three-Dimensional Method of Slope Stability Analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 26, p. 679 – 686, 1989.

JANBU, N. Slope Stability Computations. In: HIRCHFELD, R. C.; POULOS, S. J. (Eds) *Embankment- Dam Engineering*, New York: John Wiley & Sons, 1973. p. 47 – 86.

KALATEHJARI, R.; ALI, NAZRI. A Review of Three-Dimensional Slope Stability Analyses based on Limit Equilibrium Method. *The Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, v. 18, p. 119–134, jan. 2013.

LAM, L.; FREDLUND, D.G. A General Limit Equilibrium Model for Three-dimensional Slope Stability Analysis, *Canadian Geotechnical Journal*, NRC Research Press, v. 30(6), p. 905–919, Dec. 1993.

LESHCHINSKY, D.; BAKER, R. Three-Dimensional Stability: End Effects. *Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, v. 26, n. 4, p. 98 – 110, Dec. 1986

LU, H.-H.; FREDLUND, MD.; FREDLUND, DG. Three-dimensional limit equilibrium analysis of open pits, in PM Dight (ed.),

Proceedings of the International Symposium on Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering, Australian Centre for Geomechanics, Perth, p. 541 – 554, 2013.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G. C. Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. Rio de Janeiro, 2003. 4º ed: tradução Verônica Calado; LTC.

OLIVEIRA, D. M. A. Análise de Estabilidade Tridimensional e Estudo de Sensibilidade dos Parâmetros Condicionantes da Ruptura de Um Talude de Cava. Ouro Preto, 2020. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Núcleo de Geotecnia.

READ, J., STACEY, P. Guidelines for Open Pit Sole Design. Australia: CSIRO PUBLISHING, 2009.

ROCSCIENCE. (2022). Slide3 – 3D Limit Equilibrium Slope Stability Overview. Disponível em: <https://www.rocscience.com/help/slide3/tutorials/2d-extruded-models/slope-with-water-table>. Acessado em: 23 de Mar de 2022.

SPENCER, E. A. Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces. Géotechnique, v. 17, n. 1, p. 11 – 26, 1967.

TREVIZOLLI, M.; FREDLUND, M.; LU, H. Column Resolution Impacts on 3D Open Pit Stability, nov. 2021.

YAMAGAMI, T.; JIANG. C. J. A Search for the Critical Slip Surface in Three-Dimensional Slope Stability Analysis. Soils and Foundations, v. 37, n.3, p. 1 – 16, 1997.

ZHENG, H. Eigenvalue Problem from the Stability Analysis of Slopes. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental

Engineering, v. 135, n. 5, p. 647 – 656, 2009.

ZHOU, X. P.; CHENG, H. Analysis of Stability of Three-Dimensional Slopes Using the Rigorous Limit Equilibrium Method. Engineering Geology, v. 160, p. 21 – 33, 2013.